

РЕЦЕНЗІЯ

кандидата фізико-математичних наук

Болдаревої Ольги Миколаївни

на дисертацію Райлян Анастасії Андріївни

«Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми

Амбарцумяна»,

представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії

з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю

111 «Математика».

Актуальність теми дисертаційного дослідження

Обернені задачі у фізиці відіграють дуже важливу роль, дозволяючи знаходити фізичні характеристики об'єкта не змінюючи його. Наприклад, знаходити форму об'єкта за спектром випромінюваних ним хвиль. Об'єктом в даному дослідженні є метричний граф, на ребрах якого задані рівняння Штурма-Ліувілля. Така задача виникає як у квантовій механіці, так і у класичній механіці.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Дисертаційне дослідження виконано відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри вищої математики і статистики фізико-математичного факультету Державного закладу "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського" та виконано в межах науково-дослідної роботи за темами:

1. «Скінченновимірна та системи нескінченновимірна теорія операторів та операторних в'язок на графах», з 2018 р. по 2023 р., державний реєстраційний номер 01119U002030;
2. «Обернені задачі у теорії квантових графів», з 2024 р., державний реєстраційний номер 0124U000180.

3. «Обернені задачі знаходження форми графів за спектральними даними», з 2024 р., державний реєстраційний номер 0124U00081.

Степінь обґрунтованості наукових положень та висновків

Обґрунтованість та достовірність наукових положень, теоретичних висновків та результатів дисертаційного дослідження виявляється у глибині методологічної та теоретичної бази.

Слід зазначити, що у вступі обґрунтовується актуальність обраної теми, описаний зв'язок з науковими програмами, темами, сформульовано мету і визначено основні методи дослідження, визначені об'єкт і предмет дослідження. Обґрунтована наукова новизна роботи і теоретичне значення отриманих результатів, а також коротко викладено зміст роботи.

У другому розділі дисертаційної роботи наведена коротка історія обернених спектральних задач Штурма-Ліувілля на інтервалі, яка почалась з роботи В. А. Амбарцумяна. У подальших роботах на цю тему таких дослідників, як G. Borg, В. А. Марченко та інші, обернена задача розглядалася в наступній постанові. Відомі спектри задач Штурма-Ліувілля на скінченому інтервалі з різними крайовими умовами, а треба знайти потенціал рівняння Штурма-Ліувілля. Але пізніше виникла обернена задача відновлення форми графу за відомим спектром задачі Штурма-Ліувілля на цьому графі.

В третьому розділі розглянута обернена задача, що відноситься до першого з видів обернених задач. Це обернена задача за трьома спектрами. Тобто, відомими є спектр задачі Штурма-Ліувілля на деякому скінченому інтервалі та спектри задач заданих на половинах цього інтервалу. Отримано, що за певних крайових умов на кінцях інтервалу та кінцях його половин, а також умови про чергування власних значень задачі на цьому інтервалі з елементами об'єднання спектрів задач на половинах цього інтервалу, така обернена задача має єдиний розв'язок.

У четвертому та п'ятому розділах розглянуті обернені задачі, що

відносяться до другого з вищезгаданих напрямків у теорії обернених задач.

У четвертому розділі розглянута спектральна задача Штурма-Ліувілля на простому зв'язному рівнобічному графі зі стандартними умовами у вершинах. Знайдені формули для асимптотики власних значень і доведено, що вплив потенціалів на ребрах проявляється тільки у третій члені асимптотики власних значень, тоді як перший та другий члени визначаються формою графу. Це уможливило однозначне відновлення форми графу, виходячи з відомого спектру, якщо кількість вершин графу не перевищує п'яти. В дисертації розглянутий також випадок, коли граф є деревом. В цьому випадку форма графу однозначно визначається, якщо кількість вершин не перевищує восьми.

У п'ятому розділі розглянуто задачі на простих зв'язних рівнобічних графах зі стандартними умовами у внутрішніх вершинах та умовами Діріхле у висячих вершинах. Наведені приклади, у яких спектр такої задачі однозначно визначає форму графа, а також приклади, у яких цього не відбувається, тобто у яких існують, так звані, коспектральні графи.

Наукова новизна одержаних результатів

Задача Штурма-Ліувілля за трьома спектрами раніше розглядалася, але з іншими крайовими умовами, а випадок аналогічний класичній теоремі Амбарцумяна в оберненій задачі за трьома спектрами раніше не був відомий.

Результати по відновленню форми графа є новими.

Повнота викладу результатів дослідження в опублікованих працях

Теоретичні положення та результати дисертаційної роботи опубліковано у п'яти публікаціях, дві з яких у виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus, одна опублікована в Українському математичному журналі (переклад статті на англійську мову входить до наукометричної бази Scopus). Дві публікації вийшли в тезах міжнародних конференцій.

Апробацією результатів дисертаційного дослідження є участь авторки у двох наукових міжнародних конференціях та на міжнародному науковому семінарі «Quantum Graphs and Related Topics».

Практичне значення результатів дослідження

Результати дисертаційного дослідження можуть бути використані у теорії синтезу електричних ланцюгів, дизайні квантових мікросхем, а також є внеском у розвиток галузі математичної фізики, теорії диференціальних рівнянь. Також вони можуть бути використані у викладацькій роботі зі студентами магістратури.

Дискусійні питання та зауваження

Оцінюючи, в цілому, позитивно теоретичні та практичні результати дослідження А. А. Райлян, маю висловити деякі зауваження:

1. На жаль, теорія ідентифікації графа за спектром задачі Штурма-Ліувілля з умовами Діріхле на всяких вершинах не розвинена хоча б до того рівня як теорія оберненої задачі зі стандартними умовами у всяких вершинах. У розділі 5 розглянуті лише окремі випадки.
2. В дисертації маються деякі описки та мовні помилки.

Загальний висновок.

Дисертація «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» є завершеною, самостійною науковою роботою, яка містить нові обґрунтовані результати та виконана на належному теоретичному рівні. Структура та обсяг дисертації відповідає встановленим вимогам. Зміст дисертації відповідає поставленій меті і завданням, які повністю вирішено в процесі дослідження.

В дисертаційному дослідженні здобувачем дотримані вимоги академічної доброчесності в повному обсязі.

Дисертаційна робота А. А. Райлян відповідає чинним вимогам п. п. 6, 7, 8, 11 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому Постановою Кабінету Міністрів України від 14 січня 2022 року № 44, а її авторка А. А. Райлян заслуговує на присудження ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 «Математика».

Рецензент

кандидат фізико-математичних наук,
доцент кафедри вищої математики і статистики

_____ Ольга БОЛДАРЄВА