Рецензія

кандідата фізико-математичних наук, доцента кафедри прикладної математики та інформатики
ДЗ «Південноукраїнського національного педагогічного університету їм. К. Д. Ушинського
Бойко Ольги Павлівни
на кваліфікаційну наукову працю
Райлян Анастасії Андріївни

«Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна»

представлену на здобуття наукового ступеня докотора філософії
зі спеціальності 111 Математика.

Актуальність теми

В наш час бурхливо розвивається так звана теорія квантових графів, тобто диференціальних рівнянь квантової механіки, які розглядаються на метричних графах. Це пов'язано із тим, що квантові графи використовуються у синтезі квантових мікросхем та при дослідженні фотонних кристалів. Головна увага у цій теорії приділяється дослідженню спектральних характеристик крайових задач, породжених диференціальними рівняннями квантової механіки, насамперед – розташуванню власних значень та їх можливим кратностям. Значний поступ у цьому напряму був зроблений у роботах J. von Below, U. Smilansky, P. Kuchment, P. Kurasov, P. Exner та ін. Обернені задачі знаходження потенціалів на ребрах графу виходячи з відомих спектрів крайових задач розглядалися у роботах проф. В. М. Пивоварчика для окремих видів графів та спектральних задач на них. Але цими результатами, звісно, не вичерпується різноманіття задач, які виникають в цій області, так як існує різноманіття графів, а також крайових умов та умов у внутрішніх вершинах. Отже, дисертаційне дослідження А. А. Райлян «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна», де

розглянуті задачі для різних класів графів (граф P_3 , зіркові графи, дерева) з різними крайовими умовами (Неймана та Діріхле) є актуальним.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Дисертаційне дослідження виконано відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри вищої математики і статистики фізико-математичного факультету Державного закладу "Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського" та здійснено в межах науково-дослідної роботи за темами:

1. «Скінченновимірна та системи нескінченновимірна теорія операторів та операторних в'язок на графах», з 2018 р. по 2023 р., державний реєстраційний номер 01119U002030;
2. «Обернені задачі у теорії квантових графів», з 2024 р., державний реєстраційний номер 0124U000180.
3. «Обернені задачі знаходження форми графів за спектральними даними», з 2024 р., державний реєстраційний номер 0124U000818.

Найбільш істотні наукові результати, що містяться в дисертації

На мій погляд, найбільш істотним результатом є доведення так званої геометричної теореми Амбарцумяна для всіх простих зв'язних рівнобічних графів з кількістю вершин, яка не перевищує 5.

Другим досягненням цієї дисертації є знаходження прикладів коспектральних простих зв'язних рівнобічних графів для задачі з умовами Діріхле на висячих вершинах та стандартними умовами у внутрішніх вершинах.

Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків і рекомендацій, сформульованих у дисертації, опублікованих працях

Дисертація А.А. Райлян містить нові математично обґрунтовані результати. Всі твердження (теореми, леми і т.д.) строго доведені.

Оцінка змісту та завершеності дисертації

У другому розділі скорочено описана історія обернених задач Штурма-Ліувіля, в тому числі спектральних задач Штурма-Ліувілля на метричних графах.

У третьому розділі розглянута пряма задача Штурма-Ліувілля про три спектра і доведено, що власні значення задачі на всьому інтервалі чергуються (у нестрогому сенсі) з упорядкованим об'єднанням множин власних значень спектральних задач на двох частинах цього інтервалу. В цьому же розділі розв'язана обернена задача за трьома спектрами.

У четвертому розділі розглянута обернена задача відновлення форми простого зв'язного рівнобічного графа використовуючи спектр спектральної задачі з умовами Неймана на висячих вершинах та умовами неперервності і Кірхгофа у внутрішніх вершинах. Доведено, що якщо всі потенціали на ребрах належать до класу $L_2(0, l)$, кількість вершин графа не перевищує 5, то розв'язок такої оберненої задачі єдиний.

У п'ятому розділі розглянута обернена спектральна задача знаходження форми графа за спектром крайової задачі на простому зв'язному рівнобічному графі за умов Діріхле у висячих вершинах та умов неперервності і Кірхгофа у внутрішніх вершинах.

Розглянути приклади, в яких така обернена задача має єдиний розв'язок, а також приклади, в яких розв'язок такої оберненої задачі не є єдиним.

Дискусійні положення та зауваження до змісту дисертації

Позитивно оцінюючи результати дисертаційної роботи, маю висловити деякі зауваження:

1. У розділі 3 не встановлено, чи залишиться вірним основний результат, тобто теорема 3.2, якщо в задачі (3.10)—(3.14) поміняти умови (3.11) та (3.12) на

$y_1(0) = 0$

та

$y_2'(l) = 0.$

2. Серед посилань слід було б відмітити роботи таких дослідників, як Y. Latushkin та B. Watson.

Наведені зауваження аж ніяк не впливають на позитивну оцінку дисертації.

Повнота викладу основних результатів дисертації у наукових виданнях

Про обґрунтованість наукових результатів дослідження А. А. Райлян свідчить повнота опублікування основних положень дисертації у 5 публікаціях, з яких 1 стаття у журналі, що входить до наукометричної бази Scopus з квартілем Q1, 1 стаття у журналі, що входить до наукометричної бази Scopus з квартілем Q2, 1 – фахова стаття, переклад якої на англійську мову входить до бази Scopus з квартілем Q3 а також 2 публікації апробаційного характеру.

Висновок про відповідність кваліфікаційної наукової праці чиним вимогам.

Дисертаційна робота «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» є завершеною науковою працею, в якій автором отримано нові науково обґрунтовані результати, які розв’язують конкретне наукове завдання, що має значення для розвитку різницевих рівнянь на графах.

З аналізу тексту дисертації офіційним рецензентом вбачається дотримання здобувачем вимог академічної доброчесності в повному обсязі.

Дисертаційна робота «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» відповідає чинним вимогам п.п. 6, 7, 8, 11 2 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування

рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженому Постановою Кабінету Міністрів України від 14 січня 2022 року N 44, а її автор Анастасія Андріївна Райлян заслуговує на присудження ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика.

Рецензент: кандидат фізико-математичних наук, доцент

_____ Ольга БОЙКО