

Витяг

з протоколу № 14 розширеного засідання кафедри вищої математики і статистики Державного закладу «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського» від 11 червня 2024 року.

Присутні: професор кафедри інноваційних технологій та методики навчання природничих наук д. ф.-м. н., професор А. Ю. Ків - головуєчий; завідувач кафедри д. ф.-м. н., професор В. М. Пивоварчик; д. ф.-м. н., доцент Д. С. Калюжний-Вербовецкий; к. ф.-м. н., доцент О. М. Яковлева; к. ф.-м. н., доцент О. М. Синюкова; к. т. н., доцент Г. Д. Урум; к. ф.-м. н., доцент С. М. Сапрікін; к. ф.-м. н., доцент О. М. Болдарєва; к. ф.-м. н., доцент кафедри прикладної математики та інформатики О. П. Бойко; к. ф.-м. н., ст. викладач О. І. Олефір; к. ф.-м. н., ст. викладач С. В. Драганюк; к. ф.-м. н., викладач О. О. Чепок; асистент А. І. Дудко; ст. лаборант В. В. Стоянова.

Порядок денний: про рекомендацію до захисту дисертації Райлян Анастасії Андріївни на тему «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна», поданої на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика. Тема дисертації затверджена Вченою радою Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К. Д. Ушинського (протокол №2 від 09.09.2021 р.)

Виступив головуєчий на засіданні професор А. Ю. Ків, який визначив предмет обговорення на засіданні – розгляд дисертації аспіранта А. А. Райлян і можливість її рекомендації до захисту.

Слухали: аспіранта А. А. Райлян, яка переконливо обґрунтувала актуальність та важливість наукового опрацювання питань, що є предметом її дослідження, висвітлюючи зв'язок теми дисертації із сучасними дослідженнями у відповідній галузі знань шляхом критичного аналізу з визначенням сутності наукового завдання.

У доповіді розкрито мету, об'єкт, предмет, і завдання дослідження, наукову новизну, обґрунтовано методику дослідження.

Об'єкт дослідження — відновлення форми квантових графів, використовуючи асимптотики спектрів задач Штурма-Ліувілля на цих графах.

Предмет дослідження — дисертаційна робота присвячена прямим та оберненим спектральним задачам, які виникають при розгляді квантовомеханічних систем на метричних графах. Такі задачі описують, наприклад, рух квантовомеханічної частинки у тонкому хвильоводі, що має форму графу. З точки зору математики йдеться про задачі, породжені диференціальними рівняннями квантової механіки, що задані на метричних графах.

Мета і завдання дослідження.

Метою дослідження є розв'язання геометричної оберненої задачі, тобто задачі відновлення форми графу, виходячи зі спектру крайової задачі на цьому графі, а також з'ясування чи є розв'язок цієї задачі єдиним. У випадку, коли розв'язок не є єдиним, ціллю було знаходження коспектральних графів.

Методи дослідження. У роботі були знайдені і використані асимптотичні формули для власних значень спектральної задачі Штурма-Ліувілля на простому зв'язному рівнобічному метричному графі, а також такі формули для випадку дерева. Був використаний зв'язок між коефіцієнтами у других членах асимптотичних розвинень власних значень спектральної задачі Штурма-Ліувілля на рівнобічному графі з власними значеннями дискретного лапласіану відповідного комбінаторного графу.

Дисертантом були сформульовані ключові висновки за результатами дослідження та визначено перспективу подальшого наукового пошуку.

Основні результати дослідження відображено у 5 публікаціях, з них: 3 статті у наукових періодичних виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus, 2 публікації у збірниках матеріалів конференцій.

Після доповіді здобувача були поставлені запитання.

Доктор фізико-математичних наук, доцент Д. С. Калюжний-Вербовецький: Чому Ви розглядаєте лише зв'язні графи?

Анастасія Райлян: Якщо граф не є зв'язним, то можна окремо розглянути кожен з його зв'язних компонент.

Доктор фізико-математичних наук, доцент Д. С. Калюжний-Вербовецький: Добре. А як зв'язані спектри задач на компонентах незв'язного графу зі спектром задачі на всьому графі? Я маю на увазі, що умови у вершинах не змінюються.

Анастасія Райлян: Спектр задачі на всьому графі є об'єднанням спектрів задач на компонентах.

Доктор фізико-математичних наук, доцент Д. С. Калюжний-Вербовецький: Чому Ви розбиваєте спектри задач на підпоследовності з певними асимптотиками?

Анастасія Райлян: Для опису головного члену асимптотики спектру таке розбиття не потрібно. Цей головний член описується формулою Бейля, але нам потрібно знати наступні члени асимптотики і тут ми змушені розділяти спектр на підпоследовності, бо наступні члени різні у різних підпоследовностях.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент С. М. Сапрікін: Які крайові умови Ви називаєте стандартними?

Анастасія Райлян: Стандартними або узагальненими умовами Неймана називають умови неперервності Кірхгофа у внутрішніх вершинах та умови Неймана на висячих вершинах.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Болдарєва: Ви використовуєте термін «геометрична теорема Амбарцумяна». Чим

відрізняється геометрична задача Амбарцумяна від класичної задачі Амбарцумяна?

Анастасія Райлян: В геометричній теоремі Амбарцумяна є твердження про форму графа, в той час як класична теорема Амбарцумяна стверджує тільки, що потенціал дорівнює нуль всюди на ребрах.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. П. Бойко: Чим пояснюється те, що Ви дерева розглядаєте окремо від інших зв'язних графів?

Анастасія Райлян: Це пояснюється тим, що для дерев однозначність відновлення форми графу за спектром крайової задачі є вірною при значно більшій кількості вершин ніж для інших зв'язних графів, а саме для дерев з кількістю вершин, що не перевищує восьми, а для інших зв'язних графів критичним значенням кількості вершин є п'ять.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Синюкова: Хто знайшов коспектральні дерева з дев'ятьма вершинами?

Анастасія Райлян: Якщо я не помиляюсь, то це шведський фізик Матс-Ерик Пистол, котрий, між іншим, відвідав наш Університет та виступав на семінарі.

ОБГОВОРЕННЯ

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор, Вячеслав Миколайович Пивоварчик:

Анастасія Райлян виконала свої учбові обов'язки в аспірантурі за спеціальністю 111 Математика, отримавши високі оцінки. Індивідуальний план наукової роботи виконаний повністю.

Після вступу до аспірантури у 2021 р. Анастасія приєдналась до роботи над кафедральною темою «Скінченновимірна й нескінченновимірна теорія операторів та операторних в'язок на графах», а після закінчення цієї теми продовжувала працювати над кафедральною темою «Обернені задачі у теорії квантових графів» та держбюджетною темою «Обернені задачі знаходження форми графів за спектральними даними».

Отже, обрана тема дисертації тісно пов'язана з науковою тематикою кафедри вищої математики і статистики.

Як науковий керівник зазначаю, що здобувач дуже ретельно поставилась до підготовки і написання дисертації. Матеріал у розділах роботи викладається в логічній послідовності і його легко читати. У висновках до роботи автор підвела підсумки досліджень. Дисертація є завершеним, цілісним дослідженням.

Матеріали дисертації повністю викладені у 3 публікаціях, з яких 3 входять до наукометричної бази даних Scopus. Одна з цих статей перекладена на англійську мову видавництвом Springer.

Анастасія Райлян приймала участь у міжнародних конференціях. Також здобувач постійно приймає участь у роботі міжнародного наукового семінару кафедри «Quantum Graphs and Related Topics», де успішно презентувала деякі результати своєї дисертації.

Після постановки задач для дисертації науковим керівником всі результати дисертації отримані Анастасією Райлян самостійно.

Анастасія Райлян приймала активну участь у підготовці до акредитації аспірантури зі спеціальності 111 Математика, є членом робочої групи для підготовки ОНП на 2023 та 2024 роки зі спеціальності 111 Математика.

Рекомендую дисертаційну роботу Анастасії Райлян на тему «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» до захисту і вважаю, що здобувач заслуговує присвоєння наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика».

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Яковлева:

Тема дисертації належить до сучасного відгалуження теорії графів – квантові графи. Водночас вона тісно пов'язана з теорією диференціальних рівнянь другого порядку, які виникають у квантовій механіці (рівняння Шрьодінгера, Дірака, Штурма-Ліувілля). Завдяки існуванню комп'ютерів можливості розв'язання таких задач значно збільшилися. Це робить роботи такого типу вельми актуальними.

Вагомість представлених в дисертаційній роботі даних дає підстави оцінити її в цілому позитивно в теоретичному та практичному аспектах і рекомендувати до захисту.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Синюкова:

Те, що молоді вчені займаються сучасними, актуальними математичними науковими проблемами, розвивають напрями на стику наук, дає надію на розвиток природничих наук в Україні. Я задоволена, що наша колишня студентка, аспірантка, обрала для свого дослідження сучасну та перспективну наукову тему, написала роботу, яка засвідчує перспективне бачення обраної проблеми.

Дисертаційне дослідження Анастасії Райлян заслуговує на позитивну оцінку і може бути рекомендоване до захисту.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Болдарєва:

На мій погляд, дисертаційне дослідження є в достатній мірі аргументованим і науково обґрунтованим. Одне з безсумнівних переваг дисертанта є виважене ставлення до теоретичних основ роботи. Задачі, розглянуті в дисертації були успішно вирішені автором у процесі роботи. Таким чином, дисертаційне дослідження заслуговує позитивної оцінки і може бути рекомендовано до захисту.

Доктор фізико-математичних наук, професор А. Ю. Ків: дисертаційна робота «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» є актуальною, основана на нових результатах, отриманих автором, і має практичну цінність. Здобувачем була проведена значна науково-дослідна робота. Всі розділи дисертації представлені повноцінно, на високому професійному рівні, що свідчить про уміння автора самостійно формулювати проблему і дати власну оцінку шляхів її вирішення. Дисертаційне дослідження може бути представлено до

захисту у спеціалізованій вченій раді на здобуття наукового ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика

Ухвалили: 1. Затвердити звіт асп. А. А. Райлян за третій рік навчання в аспірантурі.

2. На підставі обговорення дисертаційного дослідження А. А. Райлян на тему «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» кафедрою вищої математики і статистики Південноукраїнського національного педагогічного університету імені К.Д. Ушинського затвердили **висновок:**

В результаті аналізу результатів виконання здобувачем ступеня доктора філософії Райлян Анастасії Андріївни освітньо-наукової програми, індивідуального плану, розгляду теоретичних та практичних положень дисертаційного дослідження, поданих наукових публікацій за темою дисертації, а також за підсумками проведення розширеного засідання кафедри вищої математики і статистики Університету Ушинського визначено наступне.

Дисертаційна робота А. А. Райлян на тему «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» є самостійним завершеним теоретичним дослідженням.

У дисертаційній роботі розв'язана геометрична обернена задача, тобто задача відновлення форми графу, виходячи зі спектру крайової задачі Штурма-Ліувілля на цьому графі, а також з'ясовано в яких випадках чи є розв'язок цієї задачі є єдиним.

Ця задача виникає у квантовій механіці і в теорії малих коливань графів, ребрами яких є струни.

Актуальність теми дослідження і отриманих результатів.

Теорія квантових графів, тобто спектральна теорія диференціальних рівнянь квантової механіки, заданих на квазі-одновимірних областях (метричних графах) останнім часом перетворилась на окремий розділ математичної фізики, який швидко розвивається. Підтвердженням цього є публікація великої кількості статей могографій. Особливе місце в цій спектральній теорії займають обернені задачі, тобто задачі відновлення рівнянь квантової механіки або крайових умов, або форми графу виходячи з відомого спектру або спектрів крайових задач на цьому графі. експерименту.

Таким чином, оскільки, рівняння квантової механіки на графах є актуальними у дизайні квантових мікросхем, а також у теорії синтезу електричних ланцюгів тема дисертації є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Тема затвержена на засіданні вченої ради університету Ушинського від 21.10.2021, протокол 4. Дисертаційне дослідження виконано відповідно до плану науково-дослідної роботи кафедри вищої математики і статистики Навчально-наукового інституту природничо-математичних наук, інформатики та менеджменту Державного закладу "Південноукраїнський

національний педагогічний університет імені К. Д. Ушинського" та здійснено в межах науково-дослідної роботи за темами

1. «Скінченновимірна та нескінченновимірна теорія операторів та операторних в'язок на графах». Державний реєстраційний номер 01119U002030 (2018-2023)

2. «Обернені задачі у теорії квантових графів». Державний реєстраційний номер 0124U000180 (2024-2028)

3. «Обернені задачі знаходження форми графів за спектральними даними». Державний реєстраційний номер: 0124U000818, 2024-2026

Наукова новизна одержаних результатів.

Усі одержані в дисертації наукові результати є новими. Хоча задача Штурма - Ліувілля за трьома спектрами розглядалася раніше [72], [36], але з іншими крайовими умовами. Випадок Амбарцумяна в оберненій задачі за трьома спектрами раніше не розглядався.

Результати відносно єдиності розв'язку геометричної спектральної задачі Штурма-Ліувілля на графі раніше були відомі тільки для випадку графу P_2 , тобто для графу, що є сегментом з двома вершинами.

Теоретичне та практичне значення результатів дисертації.

Ця дисертаційна робота має теоретичний характер, тому її результати становлять інтерес у галузі математичної фізики, диференціальних рівнянь та їх застосувань.

Також ці результати можуть бути використані у дизайні квантових мікросхем та теорії синтезу електричних ланцюгів.

Основні положення дисертації відображено в публікаціях:

Основні положення роботи опубліковані автором у 3 публікаціях, серед яких 3 публікації у виданнях, що входять до наукометричної бази Scopus.

Статті у фахових наукових виданнях, включених до реєстру міжнародних наукометричних баз даних:

1. A. Chernyshenko, V. Pivovarchik, Recovering the shape of a quantum graph. Integral Equations and Operator Theory, Vol. 92, (2020), Art. 23.
2. A. Chernyshenko, V. Pivovarchik. On Three Spectra Problem and Ambarzumian's Theorem. Mediterr. J. Math. (2023) 20:129 <https://doi.org/10.1007/s00009-023-02347-9>.
3. A. Chernyshenko, V. Pivovarchik. Cospectral quantum graphs with Dirichlet conditions at pendant vertices. Ukrainian Math. J. 75 (2023) is. 3,439–455

Статті та тези доповідей, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. Міжнародна конференція молодих математиків 1–3 червня 2023 Інститут математики НАН України, Київ, Україна, "Про обернену задачу трьох спектрів і теорему Амбарцумяна".

2. AGMA (Algebraic and geometric methods of analysis) May 29 – June 1, 2023 Одеса "Знаходження форми квантових графів за умов Діріхле на висячих вершинах".

Дисертаційна робота А. А. Райлян на тему «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» відповідає чинним вимогам до дисертацій і може бути рекомендована до захисту на здобуття її автором наукового ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика.

Результати голосування:

Результати проведеного голосування щодо рішення рекомендувати роботу А. А. Райлян «Обернена задача знаходження форми графу та узагальнення теореми Амбарцумяна» до подачі в спеціалізовану вчену раду із захисту дисертацій на здобуття наукового ступеня доктора філософії зі спеціальності 111 Математика:

«за» - 13

_, «проти» - немає, «утримався» - немає. Рішення прийнято одногосно.

Головуючій на засіданні:

Професор кафедри
інноваційних технологій
та методики навчання
природничих наук



доктор фізико-математичних наук
професор А. Ю. Ків.

Секретар кафедри вищої
математики і статистики



В. В. Стоянова

